EXERCISE N° 1 | 35' | 6 point

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points $A(0;0;1)$; $B(1;1;1)$ et $C(-1;0;-1)$.

1. a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BC}$
   c) En déduire qu'une équation du plan $\mathscr{P} = (ABC)$ est $2x - 2y - z + 1 = 0$
2. Soit $D(1;-2;1)$
   a) Montrer que $ABCD$ est un tétraèdre.
   b) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.
   c) En déduire la distance point D au plan $\mathscr{P}$.
3. Soit $S = \{M(x;y;z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 4y - 2z - 3 = 0\}$
   a) Montrer que S est une sphère de centre D dont-on déterminera le rayon.
   b) Montrer que $\mathscr{P}$ coupe S suivant un cercle $\mathscr{C}$ dont-on précisera le centre H et le rayon r.
4. Soit Δ la droite passant par le point B et de vecteur directeur $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$
   a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.
   b) Calculer la distance du point D à la droite Δ.
   c) Montrer que la droite Δ coupe S en deux points dont-on déterminera les coordonnées.

EXERCISE N° 2 | 20' | 4 point

L'espace est orienté dans le sens direct.

On désigne par $ABCDEFGH$ un cube tel que $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$ est un repère orthonormé direct. Soit a un réel de $[0;1]$. On désigne par M le point de coordonnées $(a;0;a)$.

1. Déterminer l'ensemble des points M lorsque le réel a varie dans $[0;1]$
2. a) Calculer, en fonction de a, $d(M;(BC))$.
   b) Déterminer la position du point M pour que $d(M;(BC))$ soit minimale et déterminer cette distance.
3. Déterminer le réel a pour que les points $M;B;C$ et H soient coplanaires.
4. On suppose que $a \neq \frac{1}{2}$

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn